МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение

высшего образования

**«Вятский государственный университет»**

Факультет автоматики и вычислительной техники

Кафедра электронных вычислительных машин

Логический вывод на базе исчисления высказываний

Вариант 6

Отчет по лабораторной работе №5 дисциплины

«Системы обработки знаний»

Выполнил студент группы ИВТ-41\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_/Кудяшев Я.Ю./

Проверил доцент кафедры ЭВМ\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_/Ростовцев В.С./

Киров 2023

1 Задание №1

Определить общезначимость формулы двумя способами: с помощью алгоритма редукции; путем упрощения формулы с помощью законов булевой алгебры. Обязательно выписать ответ: формула общезначима, формула выполнима, формула невыполнима.

Формула:

[(p V q) & r] 🡪[p 🡪(~q 🡪r)]

1.1 Алгоритм редукции:

Пусть А=[(p V q) & r], В =[p 🡪(~q 🡪r)]

Допустим A🡪B = ~A & ~B = истина (1),

тогда А==истина (1)

В=[p 🡪(~q 🡪r)]=ложь (0);

B=0, если p=1, q=0, r=0; подставим эти значения в A=

1.2 Упрощение формулы с помощью законов булевой алгебры

[(p V q) V r] 🡪[p 🡪(~q 🡪r)]

~[(p V q) & r] V ~p V q V r

(~p & ~q) V ~r V ~p V q V r

~p V ~q V ~r V ~p V q V r

~p V ~p V ~q V q V ~r V r

~p V ~q V ~r V 1

1

Формула выполнима и общезначима.

2 Задание №2

Установить, выводится или нет, заключение (С) из посылок (Н1 – Н3) тремя методами: прямой дедукции, обратной дедукции и методом резолюций. Описать принцип реализации алгоритма для трех стратегий: опорного множества; «сначала вширь»; «предпочтение единичным элементам». Обязательно выписать ответ: цель является логическим следствием посылок или не является.

H1=p→q H1=~p V q

H2=(p→~q) & r H2 =( ~p V ~q) & r

H3=q→r H3=~q V r

С=q V p C = q V p

2.1 Метод прямой дедукции

Н1& Н2& Н3&C=0

H1 & H2 & H3 & C = 0

Применим закон де Моргана к H2 для получения следующего выражения:

H2: (~p & r) V (~q & r)

Затем мы можем применить закон дистрибутивности, чтобы объединить выражения в H1, H3 и в новом выражении для H2:

H1 & H3: (~p V q) & (~q V r) = (~p V q V ~q V r) = (~p V r)

H2: (~p & r) V ((p V q) & r)

Заметим, что выражение в H1 & H3, ~p V r, и выражение в H2, ~(p V q) & r, могут быть объединены с помощью закона дистрибутивности:

((p V q) & r) = (~(p V q) & ~p V r & (p V q) & r)

Здесь мы применяем закон дистрибутивности для объединения выражений ((p V q) & r) и получаем следующее выражение:

(~(p V q) & ~p & r V ~(p V q) & r)

Теперь мы можем объединить выражения в (10) с выражением C:

(~(p V q) & ~p & r V ~(p V q) & r) & (q V p)

Для того, чтобы выражение в (11) было ложным, каждое из двух выражений, объединенных знаком &, должно быть ложным.

~(p V q) & ~p & r = 0

Выражение ~(p V q) & ~p & r ложно только тогда, когда оба выражения ~(p V q) & ~p и r ложны.

~(p V q) & ~p = 0

r = 0

Выражение ~(p V q) & ~p = 0, означает, что ~(p V q) = 1 и ~p = 0, что равносильно тому, что p = 1 и q = 0.

Таким образом, мы получаем следующие значения переменных: p = 1 q = 0 r = 0

В связи с тем, что был получен пустой дизъюнкт цель C является логическим следствием посылок H1 – H3.

2.2 Метод обратной дедукции

~Н1 V ~Н2 V ~Н3 V C=1

Перепишем все формулы в КНФ и пронумеруем каждый литерал:

H1: (¬p ∨ q) (1) (¬p ∨ q)

H2: ((¬p ∨ ¬q) ∧ r) (2) (¬p ∨ ¬q ∨ r)

H3: (¬q ∨ r) (3) (¬q ∨ r) C: (q ∨ p) (4) (q ∨ p)

Искомое выражение: ¬C (5) ¬q ∧ ¬p

Добавим отрицание искомого выражения в конец списка формул и пронумеруем его литерал:

H1: (¬p ∨ q) (1) (¬p ∨ q)

H2: ((¬p ∨ ¬q) ∧ r) (2) (¬p ∨ ¬q ∨ r)

H3: (¬q ∨ r) (3) (¬q ∨ r) C: (q ∨ p) (4) (q ∨ p) ¬C: (¬q ∧ ¬p) (5) ¬q ∧ ¬p

Применяем операцию резолюции для любых двух формул, содержащих литералы с противоположными знаками:

(1, 5) (¬p ∨ q) ∧ (¬q ∧ ¬p) => (¬p) (2, 5) (¬p ∨ ¬q ∨ r) ∧ (¬q ∧ ¬p) => (¬q ∨ r) (3, 5) (¬q ∨ r) ∧ (¬q ∧ ¬p) => (¬q)

Теперь у нас остался только один литерал - отрицание C, которое мы искали, что означает, что исходное выражение C = q ∨ p может быть выведено из H1, H2 и H3.

Таким образом, упрощенное булево выражение методом обратной дедукции будет выглядеть следующим образом:

¬H1 ∧ ¬H2 ∧ ¬H3 ∧ C, где C = q ∨ p.

Или, используя начальные формулы:

(¬p ∨ q) ∧ (¬p ∨ ¬q ∨ r) ∧ (¬q ∨ r) ∧ (q ∨ p)

2.3 Метод резолюций

Для применения метода резолюций необходимо привести все формулы к КНФ. Это было сделано в самом начале. Начнём с H2:

H2 = (¬p ∨ ¬q ∨ r) ∧ (r ∨ ¬p ∨ q)

Затем мы объединяем все три формулы вместе:

(¬p ∨ q) ∧ (¬p ∨ ¬q ∨ r) ∧ (¬q ∨ r) ∧ (q ∨ p)

Используя метод резолюций, мы будем последовательно выбирать пары клозов и вычислять их резольвенту. Если резольвента является тождественно ложной, то мы можем сделать вывод о том, что исходное утверждение является ложным. Если же резольвента не содержит литералов, то мы можем сделать вывод о том, что исходное утверждение является тождественно истинным.

Начнем с H1 и H2:

(¬p ∨ q) ∧ (¬p ∨ ¬q ∨ r) => (¬p ∨ r)

Затем мы можем использовать резольвенту (¬p ∨ r) из H1 и H3:

(¬p ∨ r) ∧ (¬q ∨ r) => (¬p ∨ ¬q ∨ r)

Наконец, мы можем использовать резольвенту (¬p ∨ ¬q ∨ r) из H2 и предыдущей резольвенты:

(¬p ∨ ¬q ∨ r) ∧ (¬p ∨ ¬q ∨ r) => (¬p ∨ ¬q)

Таким образом, мы получили клоз (¬p ∨ ¬q), который является тождественно истинным в исходной формуле. Это означает, что исходное выражение C = q ∨ p может быть выведено из H1, H2 и H3.

Принципы реализации алгоритмов:

1) Стратегия опорного множества: сначала определяются литеры опорного множества (№1-3), далее вычисляются резольвенты первого уровня, пока не будет обнаружен уровень, на котором резольвенты равны нулю.

2) Стратегия «сначала вширь»: все предложения (№1-3) имеют уровень 0, уровень 1 получается путем вычисления резольвент, последующие уровни образуются вычислением резольвент на основе предыдущих уровней.

3) Стратегия «предпочтение единичным элементам»: производится дедуктивный вывод предложений, содержащих возможно меньшее число литер; наивысший приоритет получают резолюции единичных элементов. Кроме того, приписывается второй по величине приоритет резолюции двух предложений, резольвента которых имеет наименьшее ожидаемое число литер. Ожидаемое число литер для одного предложения h-гo порядка и одного предложения j- гo порядка равно h + j - 2, так как во время поиска резолюции по крайней мере две литеры вычеркиваются.

2.4. Метод Резолюций стратегией опорного множества

Приведем к КНФ:

H1=p→q H1=~p V q

H2=(p→~q) & r H2 = ( ~p V ~q) & r

H3=q→r H3=~q V r

С=q V p ~C = ~q & ~p

1. ~p V q (дизъюнкт Н1)
2. ~p V ~q (дизъюнкт Н2)
3. r (дизъюнкт Н3)
4. ~q V r (дизъюнкт Н4)
5. ~q (дизъюнкт ~C)
6. ~p (дизъюнкт ~C)
7. (5,1) ~p
8. (7,)

3 Вывод

В ходе выполнения лабораторной работы были получены навыки решения задач с использованием методов редукции и упрощения с помощью законов булевой алгебры, прямой и обратной дедукции, а также метод резолюций.